



¿Pueden las matemáticas ayudar a encontrar un avión desaparecido?¹

Can mathematics help to find a missing airplane?²

Diego Gerardo Roldán Jiménez³

CIENCIA Y PODER AÉREO

ISSN 1909-7050 | E-ISSN 2389-2468 | Volumen 9 |
Enero-Diciembre de 2014 | Colombia | Pp. 27-31.

Recibido: 10/07/2014

Aprobado evaluador interno: 02/11/2014

Aprobado evaluador externo: 07/11/2014

¹ Reporte de caso producto del ejercicio investigativo en matemáticas aplicadas.

² Case report as result of research carried out on applied mathematics.

³ Matemático, PdEng (c) Matemáticas para la Industria, Universidad Tecnológica de Eindhoven. Eindhoven, Los Países Bajos. Correo electrónico: d.g.roldanjimenez@tue.nl
Mathematician, PdEng (c) Mathematics for industry, Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands. E-mail: d.g.roldan.jimenez@tue.nl

Resumen: En este artículo se describe brevemente cómo herramientas elementales de las matemáticas y de la física sirvieron para soportar investigaciones en la búsqueda de aeronaves desaparecidas. En particular, se identifica qué tipo de principio físico utilizó la compañía Inmarsat como aporte para la investigación en la búsqueda del vuelo 370 de Malasia Airlines desaparecido el 08 de marzo de 2014. También, se menciona el teorema de Bayes como herramienta utilizada por la compañía de consultoría Metrón para encontrar la caja negra del vuelo 447 de Air France accidentado el 01 de junio de 2009 y cómo estos eventos han llevado a considerar nuevas políticas en cuanto a medidas de seguridad.

Palabras clave: Aeronaves desaparecidas, efecto Doppler, teorema de Bayes.

Abstract: In this article it is briefly described how basic tools of mathematics and physics served to support investigations in the search for missing airplanes. Particularly, the physical principle use by Inmarsat the British company, as a contribution in the search for missing Malaysia Airlines flight MH370 disappeared on March 08 of 2014, is identified. Also, Bayes' Theorem is mentioned as tool used by Metron consulting company, to find the black box of Air France flight 447 crashing on June 1st of 2009, and how these events have led to consider new safety policies.

Key Words: Bayes' Theorem, Doppler Effect, Missing Aircraft.

Introducción

La desaparición del vuelo MH 370 de Malasia Airlines, ocupa sin duda alguna una de las noticias más importantes en los medios a nivel mundial. Inicialmente, se plantearon varias hipótesis en cuanto a su desaparición, entre ellas, que había sido secuestrado, que había sido derribado e inclusive en algunos foros en la web se creía de posibles raptos extraterrestres y otras teorías conspirativas detrás de esta desaparición (Camargo, 2014). Esta aeronave inicialmente fue buscada en aguas del golfo de Tailandia y en el mar de la China meridional, pero después de semanas de incertidumbre y con un poco de matemáticas, fue posible determinar que la aeronave no estaba cerca de la zona inicial de búsqueda, de hecho, los últimos indicios mostraron que la aeronave había tomado rumbo al sur en el océano Índico, lejos de tierra firme. La búsqueda inicial en el golfo de Tailandia fue producto de las últimas señales enviadas desde cabina, pero varias semanas después, la búsqueda fue reubicada dramáticamente. Pero, ¿por qué? el cambio de lugar de búsqueda, se debió a la respuesta regular automática de redes de satélites junto a las señales emitidas por el avión. Después de un profundo análisis de estas señales y un buen trabajo de modelación matemática, la búsqueda se enfocó en el océano Índico en una región próxima a las costas australianas.

El Vuelo MH 370

La compañía británica Inmarsat, tomo señales provenientes del avión denominadas *pings*. Los *pings* son mensajes que transmiten señales de estado pero no son capaces de aportar información sobre ubicación, velocidad o dirección de la aeronave.

En un principio los ingenieros de la compañía Inmarsat usaron los últimos *pings* para determinar dos posibles arcos de desplazamiento, al norte o sur de la última posición conocida (BBC Mundo, 2014).

Estos científicos fueron capaces de enfocar la búsqueda futura de la aeronave. Ellos construyeron modelos matemáticos que permitieron aproximar la posición, velocidad y dirección. Aquí entra como principal invitado un efecto físico que se enseña en la secundaria: El efecto Doppler. ¿Pero en qué consiste este efecto? Un buen ejemplo para entender el efecto Doppler es cuando una fuente de sonido se mueve hacia un observador, el tono que el observador escucha es más alto que cuando la fuente está en reposo y cuando la fuente se aleja del observador, el tono es más bajo. Este efecto ocurre para

todas las ondas, incluyendo la luz, y otras ondas electromagnéticas como la de un radar (Douglas, 2006).

De esta forma, el efecto Doppler se puede describir como un fenómeno ondulatorio que se produce cuando hay un movimiento relativo entre un foco emisor de ondas y un observador (Carrazoni, 2001). La frecuencia percibida por el observador es distinta de la frecuencia emitida por el foco. Así se tiene:

$$f_o = f_f \frac{v \pm v_o}{v \pm v_f}$$

v = Velocidad de propagación de la onda

v_o = Velocidad del observador

v_f = Velocidad del foco

f_f = Frecuencia emitida por la fuente

Con un tratamiento adecuado de estas señales y un buen entendimiento de cómo funciona el efecto Doppler, ellos identificaron cual era la ruta más probable, indicando que la ruta más probable era la que conducía al sur en el océano Índico. Los detalles del cómo se realizaron los cálculos están incluidos en un reporte que Inmarsat entregó al gobierno de Malasia (MOT, 2014). En este informe, se describe sí la estación de tierra no recibe señales de la aeronave durante una hora, esta transmitirá automáticamente un *ping* y la aeronave retornara un corto mensaje indicando que está en contacto. Esta actividad se conoce como *handshake*. La estación de tierra ubicada en Australia, recibió 6 *handshakes* después de que el ACARS de la aeronave dejara de enviar mensajes.

La posición del satélite es conocida y el tiempo que toma la señal en ser enviada y recibida desde el satélite a la estación de tierra, puede ser usada para establecer el rango de la aeronave respecto al satélite. Con esta información, se generaron arcos con posibles posiciones desde donde se establecieron rutas hacia el norte y el sur (MOT, 2014) (Ver Figura 1).

Entonces, después de semanas donde no se sabía exactamente dónde buscar la aeronave, los resultados obtenidos por Inmarsat brindaron la pista más prometedora acerca de la ruta final que tomó el MH 370. A pesar de que a la fecha en la que este artículo fue escrito aún no hay noticias sobre la aeronave, hay que mencionar que gracias al análisis riguroso de estas señales junto al uso del efecto Doppler, se conoce la región donde cayó el vuelo MH 370. Pero aun así, no es posible determinar

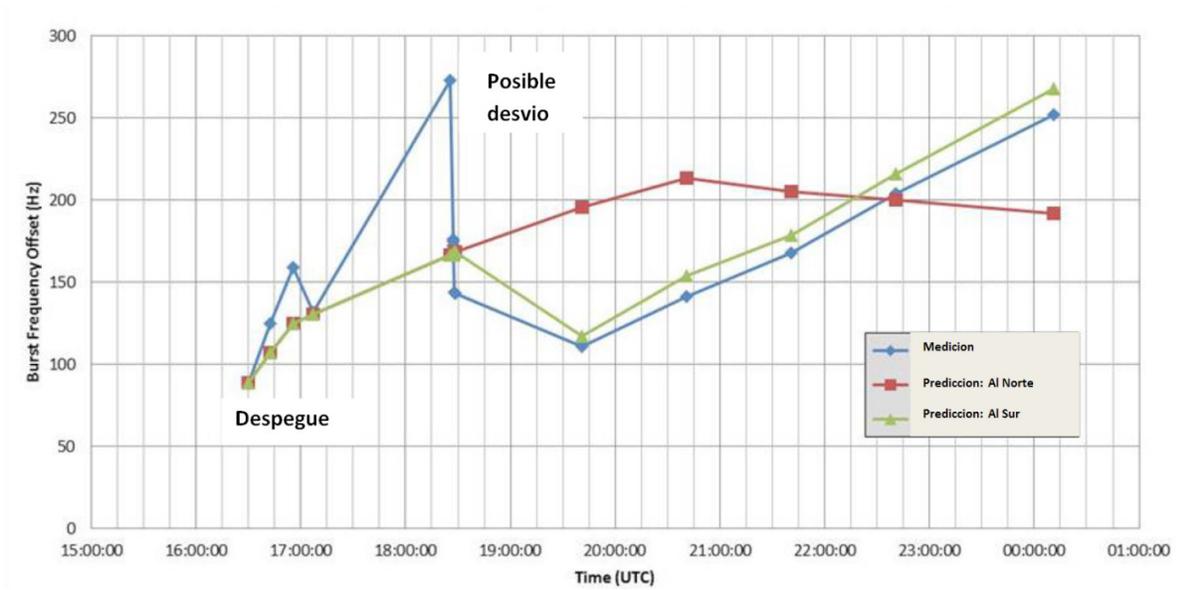


Figura 1. Trayectorias posibles de acuerdo a lo medido por los científicos de Inmarsat.

Como se aprecia en la figura la ruta del sur es la más probable de las 3. Tomada y editada de: Inmarsat (2014). Disponible en <http://www.inmarsat.com/news/malaysian-government-publishes-mh370-details-uk-aajib/>

qué sucedió en cabina hasta que se recuperen las cajas negras del avión. Esta tarea es un desafío, ya que la región donde cayó el avión corresponde al océano más profundo del planeta, y además las señales que emitían las cajas negras han desaparecido. Técnicamente se puede hablar de la búsqueda de una aguja en un pajar ya que el área de búsqueda es de 2000 por 1400 kilómetros aproximadamente. La pregunta a formular es, ¿existe una técnica que permita optimizar la búsqueda de las cajas negras? La respuesta es sí, y consiste en una técnica basada en un teorema formulado más de 200 años atrás y que en una situación similar permitió hallar las cajas negras de una aeronave.

El vuelo Air France AF 447

El uso de la matemática y la estadística fue de gran utilidad para la búsqueda de la caja negra de este vuelo de Air France que a primeras horas del primero de Junio de 2009 desapareció en el océano Atlántico. Desafortunadamente, horas después de la pérdida de la comunicación con la aeronave, las peores noticias llegaron, cuando se visualizaron los restos de la aeronave flotando en el mar. Todos los 228 pasajeros y la tripulación murieron. Pero entonces, la esperanza de saber qué era lo que había sucedido, decrecía a medida que pasaba el tiempo, ya que la caja negra del avión solo tenía energía para compartir su ubicación por 14 días, después de esta ventana de tiempo es poco lo que se puede hacer.

A pesar del fracaso inicial, un equipo de expertos de la compañía de consultoría Metrón, fue capaz de localizarla en abril de 2011. Este hallazgo, mostro además de las causas del siniestro accidente del AF 447, cómo un teorema de matemáticas fue de utilidad para la recuperación de las mismas.

Para hacer este modelo, inicialmente se fija una región de búsqueda, de forma tal que se subdivide en regiones pequeñas y a cada región se le asigna una probabilidad de éxito. La suma de esas probabilidades debe ser 1 y la caja negra debe estar ubicada en alguna de esas regiones, La probabilidad de encontrar la caja negra en esas regiones, se fija dependiendo de diversos parámetros, entre ellos, la posición de la aeronave que se tenía antes de que desapareciera del radar y algunos datos de aeronaves semejantes.

El teorema de Bayes

Matemáticamente hablando, el teorema de Bayes representa la relación que hay entre las probabilidades de A y B (ambos eventos en un espacio muestral), y $P(A)$ y $P(B)$ con las probabilidades condicionales $P(A|B)$ y $P(B|A)$. En cuanto a la prueba de este útil teorema basta con saber la fórmula de la probabilidad condicional:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

De esta probabilidad condicional se tiene que:

$$P(B \cap A) = P(A|B)P(B)$$

y

$$P(B \cap A) = P(B|A)P(A)$$

Pero como

$$P(A \cap B) = P(B \cap A)$$

se tiene que:

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

Y así el teorema de Bayes establece que:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

Donde los eventos A y B pueden representar la caja negra y la región de búsqueda. La búsqueda de la caja negra del vuelo de Air France, se realizó fijando en varias iteraciones las probabilidades de búsqueda, de forma tal que por ejemplo era más probable encontrar la caja negra en áreas más cercanas a la última posición detectada por el radar. Para más detalles de los métodos utilizados en la búsqueda de esta caja negra ver Stone (2011).

Sistema de registro en tiempo real

Después de las desapariciones de las dos aeronaves descritas anteriormente. Se evidenció la falta de un sistema de registro de localización de aeronaves en tiempo real que complementa las propiedades de los radares básicos y de los transpondedores de las aeronaves. De hecho, el ministro de transporte del gobierno de Malasia Liow Tiong Lai se refirió a estas dos últimas tragedias durante el periodo de sesiones de la OACI en Montreal, a través de un informe (MH 370 Reporte Preliminar, 2014) donde se destacan algunos puntos entre ellos:

- Que para el caso del vuelo MH 370 hubo una tardanza de 4 horas para activar la búsqueda de la aeronave.
- Que en una ventana de cinco años se habían perdido grandes aeronaves sin tener certeza sobre la última posición conocida.
- Que debe examinarse en detalle la posibilidad de incluir un sistema de localización de aeronaves en tiempo real.

Es de esperarse que uno de los siguientes pasos a la evolución aeronáutica este encaminada hacia la creación de este tipo de sistemas, así como sucedió con el sistema de vuelo a través de *fly-by-wire*, que en las últi-

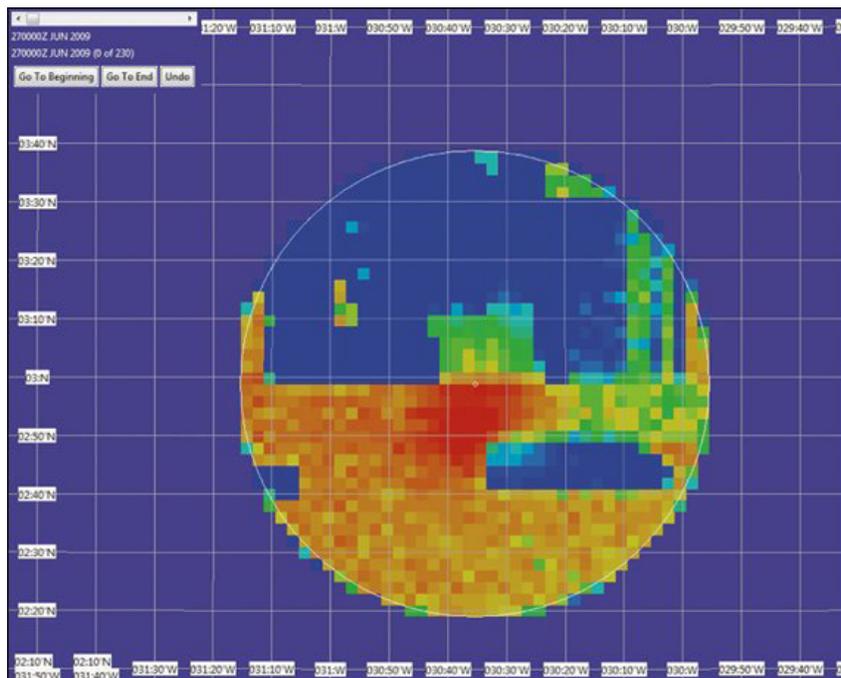


Figura 2. Área de búsqueda de la caja negra.

Celdas rojas indican alta probabilidad. Probabilidades decrecientes son ilustradas en naranja, amarillo, verde hasta celdas azules. Fuente: Stone D. (2011) In search of Air France Flight 447. [En línea] Disponible en <https://www.informs.org/ORMS-Today/Public-Articles/August-Volume-38-Number-4>



mas décadas revolucionó el mundo de la aeronáutica a través de aplicaciones electrónicas.

Conclusiones

Para el caso del vuelo MH 370, la combinación entre el análisis de los *pings* junto al uso del efecto Doppler, permitió brindar pistas sobre la verdadera región donde cayó la aeronave. Esto puso fin al enigma del desvanecimiento repentino de la misma, ya que como se mencionó anteriormente después de infructuosas semanas de intensa búsqueda entre el Golfo de Tailandia y el mar chino meridional no se tenía idea del rumbo que había tomado el vuelo.

Para el caso del vuelo AF 447 de Air France, donde se sabía el área de búsqueda, fue imprescindible el uso de modelos probabilísticos para ubicar las cajas negras del avión. Mediante el desarrollo de estos modelos se localizaron las cajas negras y con los datos obtenidos de ellas, se pudieron determinar las causas del siniestro.

En ambos casos el uso de las matemáticas colaboraron en las operaciones de búsqueda, y a pesar de que aún no se han encontrado las cajas negras del vuelo MH 370, se debe mencionar que tomo dos años encontrar las cajas del vuelo AF 447. Por lo tanto, para obtener las respuestas sobre qué fue lo que sucedió en realidad, es posible que se deba esperar un tiempo similar.

Referencias

- Blanco L. (2004). *Probabilidad y Estadística*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Camargo M. (14 de marzo, 2014). Teorías conspirativas por avión perdido incluyen hasta extraterrestres. *El Tiempo*. [En línea] Disponible en <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13652735>
- Carrazoni D. (2001). *Física*. Madrid: Casa Editorial Mares.
- Douglas C. (2006). *Física. Principios con aplicaciones*. Sexta Edición. México: Pearson.
- MH 370 (2014). *Reporte Preliminar* Oficina del jefe inspector de accidentes aéreos del Ministerio de Transporte de Malasia, serial 03/2014. Confidencial
- MOT (2014). Ministerio de Transporte Malasia. *mot.gov.my*. [En línea] Disponible en <http://www.mot.gov.my/en/Newsroom/Pages/MH370.aspx>
- Redacción BBC Mundo (25 de marzo, 2014). Los británicos resolvieron el enigma del vuelo de Malasia Airlines *bbc.co.uk*. [En línea] Disponible en http://www.bbc.co.uk/mundo/noticias/2014/03/140325_avion_desaparecido_malasia_inmarsat_am.shtml

Stone D. (Agosto, 2011). In search of Air France Flight 447. *Informs.org*. [En línea] Disponible en <https://www.informs.org/ORMS-Today/Public-Articles/August-Volume-38-Number-4>

Para citar este artículo:

Roldán, D. (2014). ¿Pueden las matemáticas ayudar a encontrar un avión desaparecido? *Ciencia y Poder Aéreo*, Vol. 9 (1). Pp. 27-31