



## **“Revisión de la Compresibilidad y Propuesta de Medición Adiabática en Sistemas de Potencia Fluida”**

William Prado Martínez  
Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería  
Universidad Católica Popular de Risaralda  
Pereira, Colombia  
prado@ucpr.edu.co

Mario Hoyos Mesa  
Facultad de Ingeniería Mecánica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Pereira, Colombia  
marhoyos@utp.edu.co

### **RESUMEN**

La presente ponencia aborda la determinación del módulo de compresibilidad tangente adiabático en aceites minerales y presenta resultados preliminares en su medición utilizando un procedimiento experimental con ondas ultrasónicas. Este es un desarrollo inicial de uno de los proyectos de grado de la Maestría en Sistemas Automáticos de Producción, dentro del grupo de investigación en Potencia Fluida y Control de la Universidad Tecnológica de Pereira y con apoyo del grupo de investigaciones GEMA de la Universidad Católica Popular del Risaralda.

El desarrollo se sustenta en consideraciones teóricas que relacionan la velocidad de propagación de perturbaciones de presión con la densidad y el módulo de compresibilidad en líquidos. Para efectos de la medición se realiza un montaje experimental en el cual a una señal acústica se le varía la frecuencia y se estudia el ángulo de fase de la señal recibida en un transductor ultrasónico respecto de la señal emitida dado que el efecto de compresibilidad de los fluidos aumenta el tiempo de respuesta de los actuadores hidráulicos, disminuye la eficiencia energética al no generar trabajo útil y se utiliza para calcular los picos de presión en el cierre o apertura de válvulas y el inicio de

movimiento o parada de actuadores, la información obtenida de los valores experimentales del módulo de compresibilidad se toman en consideración para mejorar el diseño de los sistemas de potencia fluida en aeronaves.

### **I. INTRODUCCIÓN**

**T**odas las sustancias exhiben cambios de volumen por efecto de la presión, sin embargo como estos cambios son mínimos suele asumirse que su comportamiento es incompresible.

No obstante, esta asunción es inconveniente cuando el fluido se utiliza en sistemas hidráulicos que necesitan de una respuesta rápida como en el caso del control de los alerones en las aeronaves. El estudio del comportamiento dinámico de sistemas como estos exige que el fluido sea considerado como compresible.

La propiedad que tienen las sustancias de cambiar su volumen cuando son sometidas a cambios de presión se denomina compresibilidad. Para cuantificar dicha propiedad se utiliza el módulo de compresibilidad (módulo de bulk  $\beta$ ) que expresa la resistencia del fluido a la deformación volumétrica.

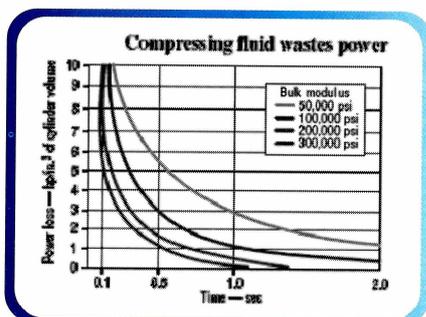


Figura 1. Potencia gastada en un cilindro a 3000 psig por cada 1 in3 como función del tiempo para diferentes módulos de bulk. Tomado de Barber[13]

Tabla 1. Efecto de la velocidad de flujo considerando el modulo de bulk

How Flow Velocity Affects Pressure				
Fluid Bulk Flow Velocity (V <sub>b</sub> ), in/s	Pressure-Control response, sec	Size of Pressure Spike, Psi	Base Pressure Setting, Psi	Total Pressure (base + Spike), Psi
120	0.012	728	1,000	1,788
300	0.012	1,970	1,000	2,970
600	0.012	3,941	1,000	4,941
300	0.006	985	1,000	1,985
600	0.03	9,852	1,000	10,852

Por otro lado, Stroempl [15] cita los efectos del módulo de compresibilidad en relación con la velocidad del flujo y la generación de picos de presión; Usualmente los sistemas hidráulicos contienen dispositivos que limitan las oscilaciones de presión debido a efectos dinámicos como el cierre o apertura de válvulas y el inicio o parada de actuadores. En general las válvulas de control de presión reaccionan rápidamente.

Para válvulas de alivio pequeñas el tiempo de apertura se encuentra entre 6 y 30 milisegundos. Para válvulas más grandes el tiempo está entre 60 y 100 milisegundos.

Durante este corto período de tiempo la bomba continua descargando fluido y el flujo debe ser adsorbido por mangueras, válvulas, actuadores y otros componentes. La presión del sistema se eleva porque los controles de presión no se anticipan para responder al flujo adicional. Entre mayor sea la rigidez del sistema y el modulo de compresibilidad mayor será el choque de presión que puede inutilizar los componentes hidráulicos y provocar fugas. La tabla 1, resume este efecto para diferentes combinaciones velocidades de flujo debido a la compresibilidad y presión del sistema.

El módulo de bulk adiabático  $\beta_A$ , se define para procesos en los que no hay transferencia de calor hacia fuera o hacia adentro del sistema, se utiliza de forma aproximada, cuando la transferencia de calor es mínima e insuficiente para mantener la temperatura constante. Esto es aplicable en sistemas donde los cambios en el volumen y/o presión del fluido suceden en intervalos de tiempo más pequeños que los necesarios para establecer procesos de transferencia de calor que alteren significativamente el comportamiento del sistema.

## II. MÓDULO DE BULK ADIABÁTICO TANGENTE

En la literatura técnica y científica suelen encontrarse referencias al módulo de compresibilidad o módulo de bulk adiabático relacionado con los términos secante o tangente. De esta manera, obtenemos: módulo de bulk adiabático secante  $\beta_S$ , módulo de bulk adiabático tangente  $\beta_T$

El módulo de bulk adiabático secante  $\beta_S$ , esta dado por la ecuación

$$\beta_S = V_o \frac{P_b - P_0}{V_b - V_0} \quad (3)$$

El módulo de bulk tangente adiabático está dado por

$$\beta_T = V \frac{\partial P}{\partial V} \quad (4)$$

### III. VELOCIDAD DE LAS PERTURBACIONES DE PRESIÓN

Las perturbaciones  $\psi$  en un líquido satisfacen la ecuación de onda

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = \nabla^2 \psi(\vec{r}, t) \quad (5)$$

Donde  $v$  es la velocidad de propagación de la perturbación en el medio y  $rr$  son coordenadas del espacio. Esta ecuación puede utilizarse para predecir relaciones entre la presión y la compresibilidad del fluido.

Para el caso de perturbaciones  $\psi$  de presión  $P$  que viajan a lo largo del eje  $x$  la ecuación (5) se reduce a

$$\frac{\beta_A}{\rho_0} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 P(x, t)}{\partial t^2} \quad (6)$$

Comparando la ecuación (5) con la ecuación (6) se concluye que

$$\beta_A = \rho_0 v^2 \quad (7)$$

De (7) se observa que el módulo de bulk adiabático  $\beta_A$  puede calcularse midiendo la velocidad de propagación de la presión  $v$  y la densidad  $\rho_0$

Balasubramanian [5] usa la expresión (7) en el cálculo del módulo de compresibilidad adiabático. Para ello utiliza un recipiente alargado que contiene el fluido a presión que se desea estudiar. En un extremo del recipiente, un pistón genera una perturbación de presión ( $\psi \approx 100\text{PSI}$ ) que viaja una distancia  $L$  en un tiempo  $\Delta t$  hasta ser captada por un transductor de presión. La distancia  $d$  dividida por el tiempo  $\Delta t$  es una medida de la velocidad  $v$ .

Balasubramanian reporta para aceite hidráulico valores del módulo de compresibilidad entre 1,55Gpa y 1,68Gpa frente a valores aceptados de 1,72GPa. Para agua reporta valores entre 1,60GPa y 1,64Gpa frente a valores aceptados 2,20GPa (error porcentual 26%). Prakob [6] reporta un módulo de bulk 1,6GPa (100bar 50°C) para Shell Tellus( 37) y utiliza este valor para determinar el comportamiento de un sistema hidráulico.

### IV. MÉTODO DE MEDICIÓN

Para un comportamiento de la señal de presión tiene la forma

$$P(x, t) = P_0 \text{Sin}(kx - 2\pi f t) \quad (8)$$

Donde

$x$ : Posición

$t$ : Tiempo

$\lambda$ : Longitud de onda

$k = 2\pi/\lambda$ : Número de onda

$v = \lambda f$ : Velocidad de la onda

$f$ : Frecuencia

Si una señal se emite en  $x = 0$  y es observada a una distancia  $x = L$ , la ecuación (20) permite obtener expresiones para la señal emitida  $\psi_E(0, t)$  y la observada o captada  $\psi_R(L, t)$

$$\psi_E = \psi_{0E} \text{Sin}(-2\pi f t), \quad x = 0 \quad (9)$$

$$\psi_R = \psi_{0R} \text{Sin}(kL - 2\pi f t), \quad x = L \quad (10)$$

Las ecuaciones (24) y (25) pueden escribirse como

$$\text{Sin}(-2\pi f t) = \frac{\psi_E}{\psi_{0E}} \quad (11)$$

$$\text{Cos}(-2\pi f t) = \frac{1}{\text{Sin}(kL)} \left( \frac{\psi_R}{\psi_{0R}} - \frac{\psi_E}{\psi_{0E}} \text{Cos}(kL) \right) \quad (12)$$



De acuerdo con Wood [12], es posible combinar las ecuaciones (11) y (12) como dos vibraciones armónicas simples mutuamente perpendiculares eliminando el parámetro  $t$  de ambas ecuaciones. Elevando al cuadrado y sumando se obtiene:

$$\frac{\psi_R^2}{\psi_{OR}^2} - \frac{2\psi_R\psi_E}{\psi_{OR}\psi_{OE}} \cos(kL) + \frac{\psi_E^2}{\psi_{OE}^2} - \sin^2(kL) = 0 \quad (13)$$

En general la ecuación (25) describe una elipse inscrita en el rectángulo  $\psi_E = \pm \psi_{OE}$ ,  $\psi_R = \pm \psi_{OR}$  como muestra la figura 4.

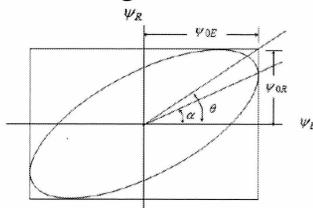


Figura 4. Figura de lissajous

De la figura 4 puede deducirse que

$$\tan \theta = \frac{\psi_{OR}}{\psi_{OE}} \quad (14)$$

$$\tan \alpha = \cos(kL) \tan \theta \quad (15)$$

La figura 5 muestra los modos de vibración para  $\lambda = L$  y  $\lambda = L/2$ .

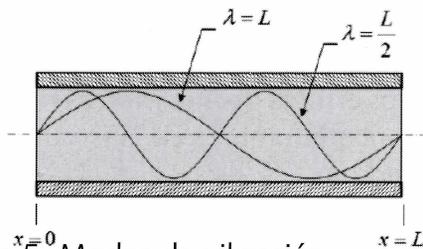


Figura 5. Modos de vibración

En general si  $\lambda = L/n$  con  $n = 1, 2, 3, \dots$  el producto  $kL = 2\pi n$  causando que la señal emitida  $\psi_E(0, t)$  y la observada o captada  $\psi_R(L, t)$  estén en fase y por lo tanto la elipse de la ecuación (28) degenera en una línea recta dada por

$$\psi_R = \frac{\psi_{OR}}{\psi_{OE}} \psi_E \quad (16)$$

Variando la frecuencia  $f$  puede conseguirse que la longitud de onda alcance modos de vibración

dados por  $\lambda = L/n$  con  $n = 1, 2, 3, \dots$ , en este caso la velocidad del sonido estará dada por

$$v = \frac{L}{n} f \quad (17)$$

La señal sinusoidal proveniente de un generador de ondas alimenta un emisor de ultrasonido sumergido en el fluido.

En el emisor la excitación es convertida en perturbaciones ultrasónicas  $\psi_E$  que viajan a la velocidad del sonido en el medio hasta un receptor ultrasónico inmerso también en el fluido y ubicado a una distancia calibrada  $L = 3,5\text{cm}$ . El receptor y el emisor ultrasónicos están basados en materiales piezoeléctricos.

Las señales eléctricas en el par emisor y receptor ultrasónico pueden combinarse en un osciloscopio para formar una figura de lissajous como la de la figura 4 y dada por la ecuación (13).

Se varía la frecuencia hasta obtener una línea recta de pendiente positiva  $\psi_{OR}/\psi_{OE}$  correspondiente al primer modo de vibración  $\lambda = L$ . Para este caso la velocidad del sonido puede calcularse con la expresión (17) con  $n = 1$ . Para los ensayos se utilizó agua como fluido de control, Sverdrup [14] relaciona la velocidad del sonido en el agua pura como función de la temperatura. Algunos valores se relacionan en la tabla 2.

Tabla 2. Velocidad del sonido en función de la temperatura para agua

Temperatura °C	Velocidad (m/s)
15	1450
20	1484
13	1493



La interpolación de los datos de la tabla 2 permite obtener una ecuación para estimar la velocidad del sonido como función de la temperatura. De esta manera la velocidad del sonido en el agua para una temperatura de 22°C se estima en 1491m/s2

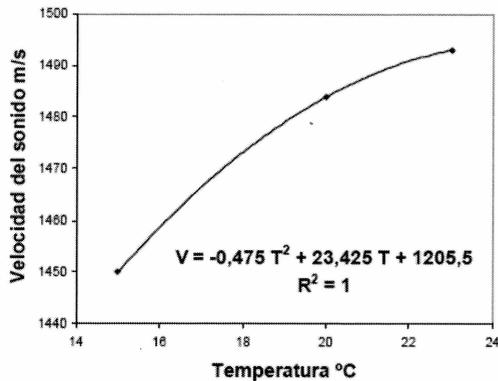


Figura 6. Velocidad del sonido en función de la temperatura para agua

Los errores de medición se calcularon propagando los errores de cada instrumento de medición de acuerdo con la ecuación

$$\Delta\beta_A = \frac{\partial\beta_A}{\partial\rho_0} \Delta\rho_0 + \frac{\partial\beta_A}{\partial\lambda} \Delta\lambda + \frac{\partial\beta_A}{\partial f} \Delta f \quad (18)$$

## V. RESULTADOS

Tabla 3. Mediciones para agua

Distancia L (mm)	Frecuencia f (KHZ)	Velocidad (m/s)	Densidad (Kg/m3)	Módulo de Bulk (Gpa)
35±1	43,1±0,1	1509±471	1000±10	2,28±0.16

Fluido: Agua  
 Temperatura: 22°C  
 Error de medición: 7,0%

Tabla 4. Mediciones para Shell Tellus 37

Distancia L (mm)	Frecuencia f (KHZ)	Velocidad (m/s)	Densidad (Kg/m3)	Módulo de Bulk (Gpa)
32±1	43,6±0,1	1395±47	840±10	1,63±0.13

Fluido: Shell Tellus 37  
 Temperatura: 21°C  
 Error de medición: 8,0%

Tabla 5. Mediciones para agua

Distancia L (mm)	Frecuencia f (KHZ)	Velocidad (m/s)	Densidad (Kg/m3)	Módulo de Bulk (Gpa)
36±1	40,3±0,1	1451±44	840±10	1,77±0.13

Fluido: MinerOil serie H  
 Temperatura: 22°C  
 Error de medición: 7,3%

## VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El método de medición por ultrasonido para agua presenta errores de medición para el módulo de bulk de 7,0% el cual es significativamente menor al reportado midiendo la velocidad del sonido mediante tiempo y distancia (26%). También presenta promedios  $2,28 \pm 0.16$ GPa más cercanos al valor de 2.2Gpa reportado en la literatura técnica (error porcentual de 3,64%)

En caso de Shell Tellus 37 el módulo obtenido fue de  $1,63 \pm 0,13$ GPa (error de medición 8,0%). El aceite MinerOil serie H presenta un módulo de compresibilidad de  $1,77 \pm 0,13$ GPa.

Para reducir los errores de medición es necesario disminuir las incertidumbres en la frecuencia de la onda emitida  $\psi$  E y de la distancia L . Con valores de incertidumbre en la frecuencia  $\pm 0,01$ kHz y en la distancia  $\pm 0,1$ mm se estima errores de medición para el módulo de bulk menores de 3%. El procedimiento presentado puede ser utilizado para realizar mediciones del módulo de bulk a diferentes temperaturas y con sustancias diferentes. Tales mediciones podrían utilizarse posteriormente para relacionar densidad, temperatura y presión con la velocidad del sonido y el módulo de bulk.

En próximos trabajos se plantea determinar el comportamiento del módulo de bulk adiabático a diferentes presiones.



## REFERENCIAS

- [1] BLACKBURN J.F, REETHOF G., SHEARER J.L. Fluid Power Control. The Massachusetts Institute and Technology, Cambridge, 1960.
- [2] WATTON J. AND AL-BALDAWI R A H "Performance optimization of an electrohydraulic position control system with load dependent supply pressure", Proc Instn Mech Engrs, 1991.
- [3] McCLOY D. AND MARTÍN H.R. Control of Fluid Power: Analysis and Design. 2a edición. Ellis Hoorwood, 1980.
- [4] FINN JACOBSEN, "propagation of sound waves in ducts" Acoustic technology, Orsted DTU, Technical University of Denmark, Building 352, Orsted's Plads, DK-2800 Lyngby, Denmark, Agosto 2006
- [5] BALASUBRAMANIAN KARTHIK, "Smart bulk modulus sensor" . A thesis presented to the graduate school of the University of Florida in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, university of Florida 2003, pp. 5,11
- [6] PRAKOB SURAWATTANAWAN, "An Approach for the Identification of Hydraulic Oil Bulk Modulus Utilizing Wave Propagation Effect and FFT". The 17 Conference of mechanical engineering network of Thailand. Oct 2003.
- [7] HOYOS MESA MARIO, MEJÍA LUZ ADRIANA, HENAO EDISON, "Determinación experimental del módulo de bulk de tuberías flexibles para sistemas Scientia et técnica, Año XI - Número 29, pp. 151-156, Dic 2005
- [8] HOYOS MESA MARIO, MEJÍA LUZ ADRIANA, "Sistema para medir la compresibilidad isotérmica de aceites minerales" Scientia et técnica, Año XII - Número 32, pp. 213-216, Dic 2006
- [9] HOYOS, M. Notas de clase del curso de Potencia Flúida y Control (sin publicar). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, II semestre de 2005.
- [10] ISO STANDARD 6370: 1997 (E). Prediction of the bulk Moduli of petroleum fluids used in hydraulics fluid power systems
- [11] ARTHUR A KRAWETZ "Method for the measurement bulk modulus and pressure viscosity of liquids", U.S. Patent 5 383 352, Jun. 4, 1995
- [12] WOOD ALEXANDER. "Acoustics". Dover Publications, Inc. New York 1966, pp 208
- [13] Barber, Allen; George, Herman H. "What is bulk modulus, and when is it Important?" Hydraulics & Pneumatics Date: July 1, 2007
- [14] Sverdrup H. U, Johnson Martin W., Fleming Richard H. "The Oceans Their Physics, Chemistry, and General Biology" Prentice-Hall, Inc. New York 1942, pp 77

**Congreso Latinoamericano  
en Aeronáutica: Experiencias  
en Desarrollo e Innovación  
Tecnológica**